

# Chapitre XI

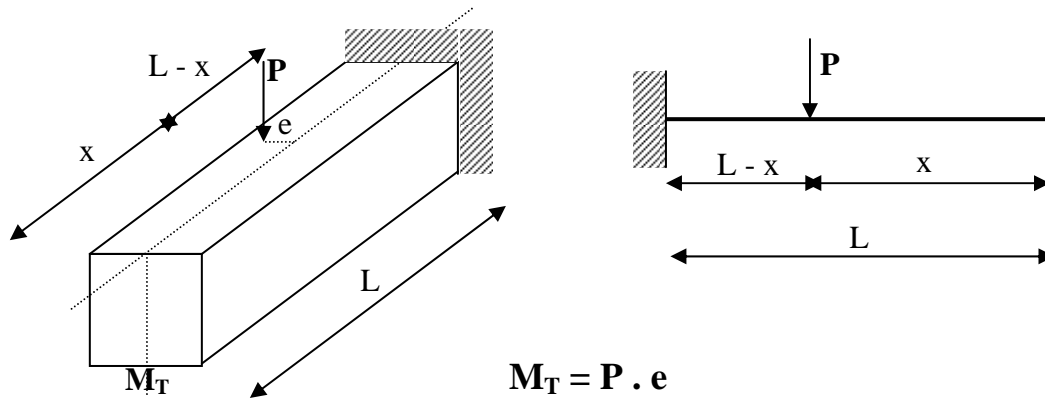
# La Torsion

<b>I – Définition –Généralités.....</b>	99
a- Torsion uniforme de S <sup>t</sup> Venant.....	99
b- Torsion non uniforme.....	99
<b>II – Contraintes tangentés de torsion.....</b>	99
1- Sections creuses (tubulaires) .....	99
2- Sections pleines.....	99
<b>III- Comportement des poutres soumises à un moment de torsion.....</b>	100
<b>IV- Justification des poutres sous sollicitation de torsion.....</b>	100
1- Justification du béton.....	100
-Sections creuses.....	100
-Sections pleines.....	100
2- Justification des armatures.....	100
<b>- Application.....</b>	101

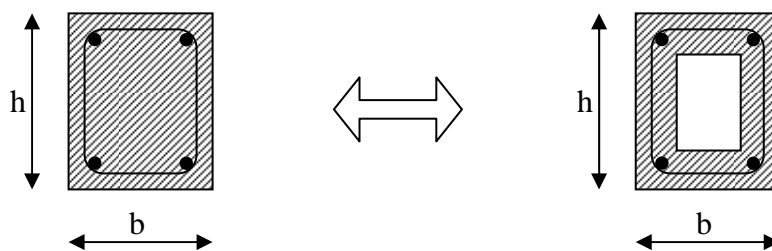
## Chapitre XI : La torsion

### I – Définition -Généralités :

Une poutre sera soumise à la torsion lorsque les forces appliquées sont excentrées par rapport au plan de symétrie longitudinale.



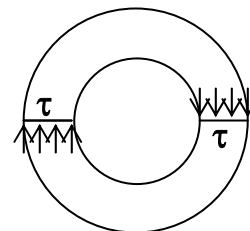
La torsion pure se rencontre que très rarement dans les pièces en béton armé plutôt c'est une flexion plus une torsion en même temps. Des essais effectués sur des poutres armées montrent qu'avec l'accroissement du moment de torsion, il y'a une redistribution des efforts internes vers le bords de la section. Seule une couche de béton peut épaisse contribue à la résistance. On constate que deux sections de même dimensions extérieures et de même ferrailage l'une pleine et l'autre creuse auront un même comportement.



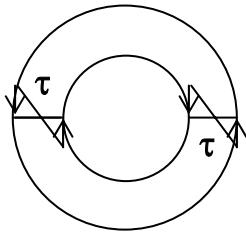
Le moment de torsion extérieure  $M_T$  sera équilibré par deux moments de torsions intérieures de natures différentes.

#### a- Torsion uniforme de S<sup>t</sup> Venant :

Elle résulte de la formation d'un flux de cisaillement formé à l'intérieure de la section.



b- Torsion non uniforme :



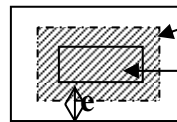
Elle résulte de la formation de contraintes tangentielles dues à la variation des contraintes normales. Cette deuxième torsion (la torsion non uniforme) est valable pour des parois minces à profil ouvert.

Les ouvrages en béton armé sont généralement massifs et à profil fermé donc ils sont justifiés à la torsion uniforme.

**II – Contraintes tangentes de torsion :**

1- Sections creuses (tubulaires) :

$$\tau_T = \frac{M_T}{2 \cdot \Omega \cdot e}$$



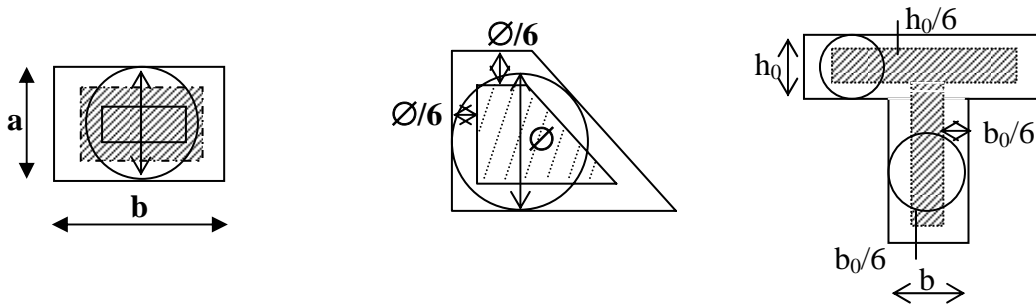
La fibre moyenne (à mi-épaisseur)  
 $\Omega$  : La surface délimitée par la fibre moyenne.  
 e : épaisseur de la paroi au point considéré.

2- Sections pleines :

On remplace la section réelle par une section creuse équivalente dans l'épaisseur de la paroi sera égale au 1/6 du diamètre du plus grand cercle qu'il est possible d'inscrire dans le contour extérieur de la section.

contour extérieur de la section.

$$\tau_T = \frac{M_T}{2 \cdot \Omega \cdot e}$$



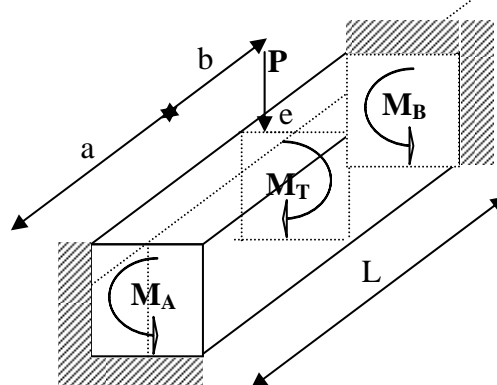
**III- Comportement des poutres soumises à un moment de torsion :**

Soit une poutre de longueur L.

$$M_T = P \cdot e$$

$$M_A = \frac{b}{L} \cdot M_T$$

$$M_B = \frac{a}{L} \cdot M_T$$



Les aciers longitudinaux seront tendus. Le schéma de rupture comporte trois éléments suivants :

1. Il ya une compression dans les bielles du béton.
2. Il ya une traction dans les armatures longitudinales.
3. Il ya une traction dans les armatures transversales.

#### **IV- Justification des poutres sous sollicitation de torsion :**

##### 1- Justification du béton :

Les contraintes tangentées seront limitées par les valeurs suivantes :

$$\tau_{UL} \leq \min\left(\frac{0,2 \cdot f_{c28}}{\gamma_b}; 5 \text{ MPa}\right) \text{ pour une fissuration peu préjudiciable.}$$

$$\tau_{uL} \leq \min\left(\frac{0,15 \cdot f_{c28}}{\gamma_b}; 4 \text{ MPa}\right) \text{ pour une fissuration très préjudiciable ou préjudiciable.}$$

$$\tau_{uL} \leq \min\left(\frac{0,27 \cdot f_{c28}}{\gamma_b}; 7 \text{ MPa}\right) \quad \text{Armatures inclinées à } 45^\circ.$$

Les contraintes tangentées de torsion et l'effort tranchant doivent être cumulées. Pour le béton les contraintes dues à l'effort tranchant et au torsion doivent être combinées et comparées au contraintes limite données précédemment.

##### -Sections creuses :

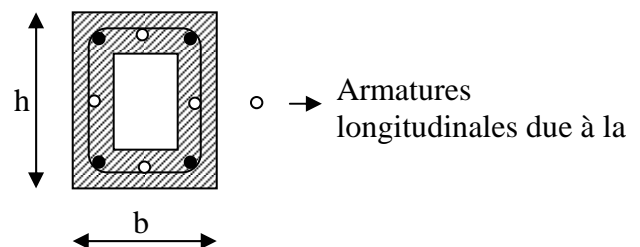
$$\tau_{\text{tranchant}} + \tau_{\text{torsion}} \leq \tau_{\text{limite}}$$

##### -Sections pleines :

$$(\tau_{\text{tranchant}})^2 + (\tau_{\text{torsion}})^2 \leq (\tau_{\text{limite}})^2$$

##### 2- Justification des armatures :

On prévoit généralement des systèmes d'armatures longitudinales et transversales qui s'ajoutent aux ferraillements dû au moment fléchissant et à l'effort tranchant. Les armatures longitudinales seront prévues près des parois.



Les barres seront réparties et disposées au 4 coins et éventuellement sur les faces. Les deux systèmes d'armatures  $A_l$  et  $A_t$  seront donnés par les équations suivantes:

$$\frac{A_l \cdot f_e}{U \cdot \gamma_s} = \frac{M_T}{2 \cdot \Omega} \quad \text{et} \quad \frac{A_t \cdot f_e}{S_t \cdot \gamma_s} = \frac{M_T}{2 \cdot \Omega}$$

$U$  : Le périmètre de la surface  $\Omega$  délimitée par la fibre moyenne.

$M_T$  : Le moment de torsion.

$St$  : L'espacement entre les armatures transversales.

### - Application :

Soit une section rectangulaire pleine ( $20 \times 40$ )  $\text{cm}^2$  ; sollicitée par un moment de torsion  $M_T = 10 \text{ KN.m}$ .

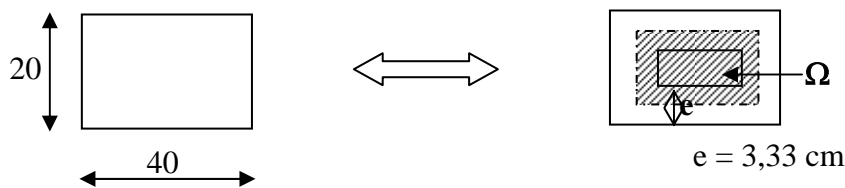
Si la fissuration est préjudiciable et les cadres sont droits.

Les caractéristiques des matériaux sont :  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$  et FeE235

1°- Vérifiez la contrainte dans le béton ?

2°- Calculez les sections d'armatures nécessaires ?

### Solution :



$$e = \frac{a}{6} = 3,33 \text{ cm.}$$

$$\Omega = (20 - 3,33) \cdot (40 - 3,33) = 611,29 \text{ cm}^2.$$

1° - Vérification de la contrainte de cisaillement :

$$\tau_T = \frac{M_T}{2 \cdot \Omega \cdot e} = \frac{0,01}{2 \times 0,061129 \times 0,0333} = 2,46 \text{ MPa}$$

$$\tau_{uL} \leq \min\left(\frac{0,15 \cdot f_{c28}}{\gamma_b}; 4 \text{ MPa}\right) \text{ pour une fissuration très préjudiciable ou préjudiciable.}$$

$$\tau_{uL} \leq \min\left(\frac{0,15 \cdot 25}{1,5}; 4 \text{ MPa}\right) = \min\left(\frac{0,15 \cdot 25}{1,5}; 4 \text{ MPa}\right) = 2,5 \text{ MPa}$$

$$\tau_T = 2,46 \text{ MPa} < \tau_{uL} = 2,5 \text{ MPa} \Rightarrow \text{Condition vérifiée.}$$

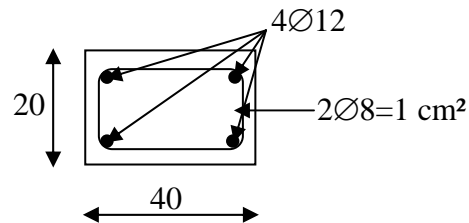
2°- Calcul des armatures :

$$\text{-Armatures longitudinale : } \frac{A_l \cdot fe}{U \cdot \gamma_s} = \frac{M_T}{2 \cdot \Omega} \Rightarrow A_l = \frac{M_T \cdot U \cdot \gamma_s}{2 \cdot \Omega \cdot fe}$$

$$U = [(20 - 3,33) + (40 - 3,33)] \times 2 = 106,68 \text{ cm.}$$

$$A_l = \frac{M_T \cdot U \cdot \gamma_s}{2 \cdot \Omega \cdot fe} \Rightarrow A_l = \frac{0,01 \times 1,0668 \times 1,15}{2 \times 0,061129 \times 235} = 4,27 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 4\emptyset 12 = 4,52 \text{ cm}^2.$$



$$\frac{A_l \cdot fe}{St \cdot \gamma_s} = \frac{M_T}{2 \cdot \Omega} \Rightarrow St = \frac{A_l \cdot fe \cdot 2 \cdot \Omega}{M_T \cdot \gamma_s} = \frac{0,0001 \times 235 \times 2 \times 0,061129}{0,01 \times 1,15} = 25 \text{ cm}$$